(12th SPRUC Young Scientist Award 受賞研究報告)

高エネルギーX 線回折を用いた価電子軌道の直接観測

東京大学 大学院新領域創成科学研究科 鬼頭 俊介

Abstract

科学技術の発展において「観測」は最も強力な実験手法であり、新しい観測技術が新たなサイエンスの扉を切 り拓いてきた。物質科学においては、原子は最小の構成単位であり、物性は原子を構成する電子の空間分布(軌 道)状態によって支配されている。従って、「電子軌道の観測」は物性を理解する最も直接的な実験手法と言え る。我々は電子軌道の観測手法として、内殻電子と価電子のX線散乱能の違いに着目することで、単結晶X線回 折データから物性を担う価電子の情報のみを効率的に抽出できるコア差フーリエ合成 (core differential Fourier synthesis; CDFS) 法による電子密度解析手法を提案した。特に、SPring-8 で得られる高強度・高エネルギーX 線を用いることで、サブオングストロームの空間分解能で価電子密度分布を可視化することに成功した。本稿で は CDFS 解析によって得られた価電子密度観測に関する最近の成果について紹介する。

1. はじめに

物質の性質は原子を構成する電子の状態によって 支配されている。X線は物質中の電子と相互作用し、 その電子状態を調べることができるため、物質科学の 研究において不可欠なツールである。X線を用いる数 多くの実験手法の中でX線回折は最も有名で様々な 分野の研究者に利用されている手法の一つである。分 析手法として広く認知されているX線回折法は、その 簡便さから、物理学・化学・生命科学・材料科学など の様々な分野で重宝されている。X線回折は原子の持 つ電子の散乱現象に基づいており、結晶内の原子の種 類とその配列状態(結晶構造)を同定することができ る。結晶構造解析では、実験で得られるX線回折強度 を基に、仮定した構造モデルの原子座標や原子変位パ ラメータ(通称、温度因子)などを最小二乗法によっ て精密化する。最近では、実験室系の単結晶X線回折 装置の発展は目覚ましく、良質な単結晶さえ準備すれ ば、測定や構造解析のほとんどが自動化されており、 (X線回折の原理を知らなくても、)実験終了と同時 に結晶構造の情報を得ることができる。

では、X線回折実験において、放射光を利用するメ リットはなんであろうか?1つ目のメリットは強度 である。放射光の非常に明るい光を用いることで、実 験室で使用される特性X線とは桁違いに強い回折強 度を得ることができる。これによって、結晶中の微小 な構造変化、短距離秩序、元素欠損、元素置換などを 高精度に決定することができる。

2つ目のメリットは高いエネルギーである。実験室 系では、Ag の特性X線を用いたとしても、そのエネ ルギーは 22keV 程度である。一方、大型放射光施設 SPring-8の単結晶X線回折用ビームライン (BL02B1) では 60keV 程度の高エネルギーX線を利用すること ができる。ブラッグの法則 $(n\lambda = 2d\sin\theta)$ から分 かるように、高エネルギー(短波長 A)のX線を用い ることで、面間隔 dが小さい回折強度の情報を得るこ とができる。ただし、通常の構造解析において、高エ ネルギーX線を用いることで得られる恩恵はそれほ ど多くない。もちろん、より多くの回折ピークの強度 情報が得られるため、解析における構造パラメータの 収束度や信頼度は向上するものの、解析結果が劇的に 変化することはない。では、放射光は実験室系に比べ て単に定量性の高い実験や解析ができるだけであろ うか?この疑問に対して、本稿では SPring-8 の高強 度・高エネルギーX線を最大限に活かした価電子密度 観測手法について紹介する。この手法を用いることで 初めて得られた、実験室系の単結晶X線回折とは質的 に異なる最近の研究成果について、いくつかの物質を 例に挙げて紹介する。

2. コア差フーリエ合成法による価電子密度観測手法 の提案

電子軌道とは実空間における電子の存在確率に対応し、物性を規定する最小単位である。原子核周りの 電子の中でも、物性に寄与するのは最外殻の軌道を占 有する価電子である。従って、価電子密度分布の実空間 観測は物性を理解するために非常に有効な手段である。

X線回折で得られる強度は結晶中の全電子密度の フーリエ変換に対応する。従って、原理的には無限の回 折ピークの強度を逆フーリエ変換することで、電子密度分 布を観測できるはずである。しかし、実験では有限の回 折ピークの情報しか得ることはできない。具体的には、 観測可能な面間隔 dの最小値 d_{\min} (Å) は $d_{\min} = \lambda/(2$ $\sin \theta_{\max}) \cong 6.2/(E \sin \theta_{\max})$ となり、使用するX線のエ ネルギーE(keV) と散乱角の最大値 θ_{\max} に依存する。

このとき、*d*_{min} は電子密度を描画する際の実空間分解 能(きめ細かさ)に対応する。図1(a)、(b)に SPring-8のX線回折データ(*d*_{min} = 0.25 Å)をもとに、通常 の逆フーリエ変換によって得られた、ダイヤモンド単 結晶の全電子密度分布を示す^[1]。原子周りにおいて電子 密度分布は大きく乱れており、C-C 間に存在するはずの共 有結合を正しく捉えられないことが分かる。これは実験で 得られる回折ピークの強度が有限なことに起因する、フー リエ合成の数学的な打ち切りの影響である。つまり、良質 な単結晶試料と高エネルギーX線を用いたとしても、電子 密度分布を精密に観測することはできない。



図 1 (a)、(b) 通常の逆フーリエ変換によって得られた ダイヤモンドの全電子密度分布。(c)、(d) コア差フ ーリエ合成 (CDFS) 法によって得られたダイヤモ ンドの価電子密度分布。文献[1]より引用。



図2 CDFS 法による価電子密度観測の概略図。

これに対して、我々のグループでは単結晶中の価電 子の情報のみを効率的に抽出する方法として、コア差 フーリエ合成 (core differential Fourier synthesis; CDFS) 法を提案した^[2,3]。本手法については文献 [4、 5] の解説記事で詳細に説明されているので、ご興味 がある方はそちらを参照されたい。ここでは、簡単に この手法のコンセプトを紹介する。図2に CDFS 法 の概略図を示す。X線回折実験で得られる全電子密度 の情報から、球対称な内殻電子の寄与をモデル的に差 し引くことで、価電子密度の情報のみを抽出する。

ここで、原子散乱因子に立ち返る。図3に例として 炭素 C の原子散乱因子を示す^[6]。全電子(内殻電子 + 価電子)、内殻電子、価電子の寄与をそれぞれ黒色、青色、 橙色で示す。内殻電子は散乱角の大きな領域まで有限の 値を持つのに対して、価電子は $\sin \theta/\lambda = 0.5$ Å⁻¹程度 までしか値を持たない。この振る舞いは、それぞれの電 子の空間分布状態を反映している。X線回折実験の場合、 測定可能な範囲は $\sin \theta/\lambda < 2$ Å⁻¹程度であり、範囲外 の回折強度の情報は得られない。このとき、実験的に 観測できない高角領域($\sin \theta/\lambda > 2$ Å⁻¹)において、内 殻電子に由来する有限の値が逆フーリエ変換に組み 込めないため、数学的な打ち切りの影響が顕著に現れ



る。一方、これに対して CDFS 法で抽出される価電子 の寄与は、高角領域においてほとんど値を持たないた め、打ち切りの影響を極力抑えることができる。実際 に、図 1(c)、(d)に CDFS 解析で得られたダイヤモン ドの価電子密度分布を示す^{III}。C-C 間に *sp*² 軌道混成 に対応する結合電子がはっきりと存在することが分 かる。ただし、ダイヤモンドの原子間に存在する結合 電子は波長の長い波として表現できるため、実はそれ ほど高い空間分解能(高エネルギーのX線)でなくと も観測は可能である。

3. 遷移金属酸化物における d 電子の観測

3.1 d電子密度分布の観測に関する考察

多くの遷移金属酸化物では、伝導性や磁性を担うの は d 軌道を占有する価電子である。この原子サイト上 に局在する d 電子の観測には高エネルギーX線が不 可欠となる。ここで、X線回折データの分解能と電子 密度分布の関係について、簡単な計算を行う。図 4(a) に計算によって得られた Ti の 3d_w軌道の電子密度分 $\pi_{\rho}(\mathbf{r})$ を示す。得られた $\rho(\mathbf{r})$ をフーリエ変換するこ とで、構造因子 $F(\mathbf{K})$ が得られる。ここで、 $F(\mathbf{K})$ をも う一度逆フーリエ変換する。このとき、計算に使用す る散乱ベクトル Kの範囲を $d_{\min} = 2\pi / |K_{\max}|$ の値によ って制限することで、実験的な分解能 dmm を考慮した 電子密度分布 $\rho_{tra}(\mathbf{r})$ が得られる(図4(b)、(c))。Tiの $3d_{xy}$ 電子の場合は、 $d_{min} = 0.25$ Åで計算した $\rho_{tra}(\mathbf{r})$ は $\rho(\mathbf{r})$ とほぼ一致している。一方、 d_{mn} が大きくなるほ ど、電子密度がぼやけていき3d_{xy}電子の異方性が正し く捉えられないことが分かる。従って、3d 電子を正 確に観測するには dmin=0.25 Å程度のX線回折データ



図 4 (a) Ti の 3*d*_s, 軌道の電子密度分布 ρ(r)。(b) 有限 のフーリエ級数 F(K)を用いて計算した 3*d*_s, 電子 密度分布 ρ_{tra}(r)。(c) [110]方向に沿った 3*d*_s, 電 子密度分布の 1 次元プロットの *d*_{min} 依存性。

が不可欠である。また、ここまでの考察から、注目する 軌道の動径方向の分布から実験に必要な空間分解能 をある程度予想できることが分かる。以下では、高エ ネルギーX線 (dmm ≅ 0.25 ÅのX線回折データ)を用い ることで得られた、d電子の観測例について紹介する。

3.2 YTiO₃における Ti³⁺ 3*d*¹電子

CDFS 解析を用いた d 軌道観測の最初の対象物質と して、1970年代から現在に至るまで軌道観測実験の 標準的な物質として多角的に調べられているペロブ スカイト型酸化物 YTiO₃に着目した(図 5(a))。モッ ト絶縁体である YTiO₃において、物性を担う Ti³⁺イオ ンは 19 個の電子を持っているが、その内 18 個の内 殻電子は全体で等方的な分布状態を形成し、物性には ほとんど寄与しない。この系の電子状態を支配するの は Ti の 3d 軌道を占有するたった 1 個の価電子であ り、過去の実験や理論計算からは図5(b)のような軌道 状態と蝶々型の価電子密度分布が予想されている[7-12]。 図 5(c)に CDFS 解析によって得られた Ti 周りの価電 子密度分布を示す³³。TiO₆八面体の中心に局在してい る Ti の価電子密度分布は、まさに量子力学の教科書 に載っているような蝶々型の3d軌道の形状を反映し ていることが分かる。さらに、得られた価電密度分布 の異方性から、3d 軌道秩序状態における波動関数 0.79 | yz) + 0.61 | zx) - 0.08 | xy)の決定に成功した。 この値は、先行研究の実験や理論計算の結果とも整合 している[7-12]。このように、量子力学的なモデルを一切仮 定せずに、3d価電子密度分布の直接観測に成功した。



図 5 (a) YTiO₃の結晶構造。(b) Ti³⁺ 3*d*¹ (*t*¹₂₀)の軌 道状態と予想される電子密度分布。(c) CDFS 解析で得られた Ti サイト周りの価電子密度分 布。文献[3]より引用。

3.3 Nd₂Mo₂O₇における Mo⁴⁺ 4d²電子

主量子数 n=3の3d 軌道と比べて n=4の4d 軌道 は、波動関数の球面調和関数項(角度依存性)は同じ であるが、動径方向において節が1つ存在する(図6)。 電子密度としては4d 軌道には図6(b)のような dip 構 造が現れるはずである。しかし、これまで電子密度に おける dip 構造を実験的に観測した例はない。我々は SPring-8の高エネルギーX線を用いること4d電子密 度の観測を試みた。

4d軌道観測の対象物質として、パイロクロア型酸 化物 Nd₂Mo₂O₇に着目した(図 7(a))。この物質は全 温度領域において、立方晶空間群 $F\bar{d}$ 3mの高い対称性 を有している。Mo の形式価数は 4+で、4d軌道に 2 個の電子を占有している。Nd₂Mo₂O₇は金属的な伝導 性を示し、約 90 K において強磁性転移を示す^{113]}。さ らに、より低温では Mo の非共面スピン構造に起因し て、トポロジカルホール効果を示す^{114]}。Mo サイトに 着目すると、周りの 6 つの酸素と結合し、八面体を形 成している。MoO₆八面体の歪みやこの系の物性から 図 7(b)のような軌道状態が予想されているが、実験的 な観測はなされていない。

図7(c)にこの系の CDFS 解析によって得られた Mo サイト周りの価電子密度分布を示す^[15]。z 方向に伸び るような異方性が観測されており、これは八面体構造 から予想される価電子密度の異方性(図7(b))と一致 している。また、この4d軌道状態($a_{1g}^{1}e_{s}^{1}$)は二重交 換相互作用に起因するこの系における強磁性金属状 態^[13]と整合する。

図 7(d)にMoサイトの中心から z 方向に沿った価電 子密度の 1 次元的プロットを黒色の点で示す^[15]。比較 として、スピネル型酸化物 FeV₂O₄の高温立方晶相にお ける V サイト周りの 3*d* 価電子密度分布の 1 次元プロ



図6 (a) 3*d* 軌道と(b) 4*d* 軌道の波動関数と電子密 度の概略図。

ットを緑色の三角で示す^[16]。このとき、V サイトは $Nd_2Mo_2O_7$ の Mo サイトと同じ対称性 (. $\bar{3}m$) を有してお り、Moと同様に2個の価電子が d軌道を占有してい る。V3d価電子密分布には dip 構造がないのに対して、 Mo4d価電子密分布の r = 0.2 Å付近には電子密度が 凹んだ dip 構造が現れていることが分かる。さらに、図 7(d)に密度汎関数理論 (DFT) を用いて孤立原子を仮 定した計算で得られた電子密度の1次元プロットを赤 線で示す^[15]。DFT 計算では波動関数の節において電子密 度がほぼゼロになっているが、CDFS 法で得られた価電 子密度は完全にゼロには落ちていない。また、実験で観 測された dip の位置は DFT 計算に比べて、約0.1 Å原 子核に近い位置に存在する。現状、実験と計算結果の 差異の原因は不明であるが、酸素との軌道混成などが 原因である可能性がある。我々は波動関数の節も含め て4d軌道状態の決定に成功した。



図7 (a) Nd₂Mo₂O₇の結晶構造。(b) Mo⁴⁺4d² (t²₂₀) の軌道状態と予想される価電子密度分布。(c) CDFS 解析で得られた Mo サイト周りの価電 子密度分布。(d) z 軸方向に沿った Mo サイト 周りにおける価電子密度の 1 次元プロット (CDFS 解析の結果は黒丸、DFT 計算の結果は 赤線: 文献[15]より引用)。V サイト周りにおけ る価電子密度の 1 次元プロット (緑三角: 文献 [16]より引用)。 4. p-d 軌道混成によるリガンドホールの観測

鉄や銅の酸化物ではしばしば異常原子価状態が現 れる。例えば、立方晶ペロブスカイト型酸化物 SrFeO3 図 8(a)は、Sr と O の形式価数を 2+と 2-と仮定する と、Feの価数は珍しい 4+となり、3d 軌道に 4 つの 電子が占有している。この系では、酸素周りの一部の 電子が Fe の周りに移動することで、酸素周りにおい て電子が不足した部分(リガンドホール)が存在する ことが知られている[17,18]。リガンドホールは銅酸化物 における高温超伝導や、鉄酸化物における磁気秩序と 密接に関わっていると予想されている。実際、SrFeOa は全温度-磁場領域において格子は立方晶の対称性を 維持しているにも関わらず、らせん構造やヘッジホッ グ構造など多彩な磁気秩序状態が現れる^[19,20]。しかし、 これまでリガンドホールの空間的な分布状態を実験 的に観測した例はない。我々は、良質な SrFeO3 単結 晶を用いたX線回折実験と価電子密度解析を行った。

図 8(b)に CDFS 解析によって得られた SrFeO₃の価 電子密度分布を示す^[21]。黄色の等電子面(3 e/Å³)を 見ると Sr サイト周りにおいて電子密度は存在しない。 Sr²⁺は最外殻の 5s軌道が空となっているため、価電子 が存在しないことと整合する。一方、Fe と O サイト 周りには等方的な黄色で示す電子密度が存在する。さ らに、Fe サイト周りについてより濃いオレンジ色の 等電子面(10.3 e/Å³)を見ると、O 方向に電子密度 が凹んでいることが分かった。

Fe 周りの価電子密度の異方性を精密に議論するた めに、Fe サイトの中心から r=0.2 Åの距離(電子密 度が最も大きいr)に位置する電子密度を球上に表面 カラープロットとして表示した(図 9(a))。これは電 子密度の球面調和関数項に対応する。図 9(c)、(d)に Fe⁴⁺ ($3d^4$)と Fe³⁺ ($3d^5$)において予想される電子密度 の表面カラープロットを示す。Fe⁴⁺では O 方向に向か



図 8 SrFeO₃の(a) 結晶構造と(b) 価電子密度分 布。文献[21]より引用。

って電子密度が薄くなっているのに対し、Fe³⁺では異 方性が存在しない。実験で得られた Fe サイト周りの 異方性から 3d 電子数を見積もると、4.64(8)となり、 Fe の価数としては 4+と 3+の中間状態である 3.36(8)+となった。これは、先行研究のX線分光測定 の結果と整合している^[17,18]。また、このことは O 周り の電子の一部が Fe 周りに移動している可能性を示唆 する。

理想的な O²では図 9(e)に示す通り、異方性は存在 しない。図 9(b)に CDFS 解析で得られた O 周りの電子 密度の球面調和関数項をカラープロットとして示す。

確かに、O の電子密度に異方性が存在しており、Fe 方向にのみ電子密度が薄くなっている。より詳細な解 析の結果、これは Fe 3*d* と O 2*p* の軌道混成に起因す るリガンドホール状態であることが分かった。我々は SrFeO₃ の価電子密度分布を高い精度で観測すること で、O 周りに Fe 方向に伸びるリガンドホールが存在 することを明らかにした。



子密度の異方性(球面調和関数項)の表面カラ
 ープロット。(c) Fe⁴⁺、(d) Fe³⁺、(e) O²⁻を仮定
 した価電子密度の表面カラープロット。文献
 [21]より引用。

5. 終わりに

本稿で紹介した CDFS 法による価電子密度観測は 非常にシンプルであり、要は SPring-8 の高品質なX 線回折データから内殻電子の寄与を差し引いた後に 逆フーリエ変換を行っているだけである。従って、実 験で得られるX線回折強度の質が価電子密度分布の 質に直接的に反映される。つまり、測定に用いる「単 結晶」、「X線」、「回折計」の質や精度が向上するほど、 電子軌道に関するより本質的な情報を抽出すること ができる。この点については、SPring-8-II へのアップ グレードに伴い、価電子密度観測の精度の大幅な向上 が期待できると考えている。また、CDFS 法は①原理 的には対象物質の示す物性とは独立に全ての元素に 適用することができる、②価電子密度分布を抽出する 際にいかなる量子力学的・情報学的モデルを仮定する 必要がない、③解析者によるバイアスがかかりづらい、 という特徴がある。これらの特徴を活かし、今後、CDFS 法を用いた価電子密度観測が物質科学の研究に幅広く活 用され、その発展に貢献することを期待する。

謝辞

SPring-8 での単結晶X線回折実験は全て BL02B1 ビー ムラインにて、高輝度光科学研究センターの杉本邦久 教 授 (現 近畿大学)、中村唯我 博士の協力のもと行われた。 本研究に関して、名古屋大学の澤博 教授、東京大学の有 馬孝尚 教授をはじめとする多くの共同研究者のご協力 を頂きました。この場を借りて御礼申し上げます。

参考文献

- [1] S. Kitou, Y. Hosogi, R. Kitaura, T. Naito, T. Nakamura, and H. Sawa: *Crystals* **10** (2020) 998.
- [2] S. Kitou, T. Fujii, T. Kawamoto, N. Katayama, S. Maki, E. Nishibori, K. Sugimoto, M. Takata, T. Nakamura, and H. Sawa: *Phys. Rev. Lett.* **119** (2017) 065701.
- [3] S. Kitou, T. Manjo, N. Katayama, T. Shishidou, T. Arima, Y. Taguchi, Y. Tokura, T. Nakamura, T. Yokoyama, K. Sugimoto, and H. Sawa: *Phys. Rev. Research.* 2 (2020) 033503.
- [4] 鬼頭俊介、澤博:日本放射光学会誌「放射光」34 (2021)64-72.
- [5] 澤博、萬條太駿、鬼頭俊介:日本結晶学会誌 64 (2022) 98-106.
- [6] Z. Su, and P. Coppens: Acta Cryst. A53 (1997) 749.
- [7] T. Mizokawa, and A. Fujimori: *Phys. Rev. B* 54 (1996) 5368.
- [8] H. Sawada, N. Hamada, and K. Terakura: *Physica B* 237 (1997) 46.
- [9] M. Itoh, M. Tsuchiya, H. Tanaka, and K. Motoya: J. Phys. Soc. Jpn. 68 (1999) 2783.

- [10] J. Akimitsu, H. Ichikawa, N. Eguchi, T. Miyano, M. Nishi, and K. Kakurai: J. Phys. Soc. Jpn. 70 (2001) 3475.
- H. Nakao, Y. Wakabayashi, T. Kiyama, Y. Murakami, M.
 V. Zimmermann, J. P. Hill, D. Gibbs, S. Ishihara, Y.
 Taguchi, and Y. Tokura: *Phys. Rev. B* 66 (2002) 184419.
- [12] M. Kubota, H. Nakao, Y. Murakami, Y. Taguchi, M. Iwama, and Y. Tokura: *Phys. Rev. B* 70 (2004) 245125.
- [13] N. Ali, M. P. Hill, S. Labroo, and J. E. Greedan: J. Solid State Chem. 83 (1989) 178.
- [14] Y. Taguchi, Y. Oohara, H. Yoshizawa, N. Nagaosa, and Y. Tokura: *Science* 291 (2001) 2573.
- [15] S. Kitou, Y. Kaneko, Y. Nakamura, K. Sugimoto, Y. Nomura, R. Arita, Y. Tokura, H. Sawa, and T. Arima: *Phys. Rev. B* 108 (2023) 024103.
- [16] T. Manjo, S. Kitou, N. Katayama, S. Nakamura, T. Katsufuji, Y. Nii, T. Arima, J. Nasu, T. Hasegawa, K. Sugimoto, D. Ishikawa, and H. Sawa: *Mater. Adv.* 3 (2022) 3192.
- [17] M. Abbate, G. Zampieri, J. Okamoto, A. Fujimori, S. Kawasaki, and M. Takano: *Phys. Rev. B* 65 (2002) 165120.
- [18] A. E. Bocquet, A. Fujimori, T. Mizokawa, T. Saitoh, H. Namatame, S. Suga, N. Kimizuka, Y. Takeda, and M. Takano: *Phys. Rev. B* 45 (1992) 1561.
- [19] S. Ishiwata, M. Tokunaga, Y. Kaneko, D. Okuyama, Y. Tokunaga, S. Wakimoto, K. Kakurai, T. Arima, Y. Taguchi, and Y. Tokura: *Phys. Rev. B* 84 (2011) 054427.
- [20] S. Ishiwata, T. Nakajima, J.-H. Kim, D. S. Inosov, N. Kanazawa, J. S. White, J. L. Gavilano, R. Georgii, K. M. Seemann, G. Brandl, P. Manuel, D. D. Khalyavin, S. Seki, Y. Tokunaga, M. Kinoshita, Y. W. Long, Y. Kaneko, Y. Taguchi, T. Arima, B. Keimer, and Y. Tokura: *Phys. Rev. B* 101 (2020) 134406.
- [21] S. Kitou, M. Gen, Y. Nakamura, K. Sugimoto, Y. Tokunaga, S. Ishiwata, and T. Arima: *Adv. Sci.* **10** (2023) 2302839.

<u> 鬼頭 俊介 KITOU Shunsuke</u>

東京大学 大学院新領域創成科学研究科 〒277-8561 千葉県柏市柏の葉 5-1-5 TEL:04-7136-3769 e-mail:kitou@edu.k.u-tokyo.ac.jp